

Komplex függvénytan tematika

Mérnököknek, 2022. ősz

Rövid összefoglaló a következő témákról:

Topológiai alapfogalmak metrikus terekben, sorozatok, kompakt halmazok. Függvények metrikus terek között, kompakt halmazon értelmezett folytonos függvények, egyenletesen folytonos függvények, kontrakciók. Normált terek alapfogalmai, sorozatok, sorok, Banach-terek, véges dimenziós normált terek, folytonos lineáris leképezések normált terek között.

Témák a komplex függvénytan témaköréből:

Komplex számok átisméltése, \mathbb{C} topológiája, komplex sorozatok, Riemann-féle számgömb, komplex függvények határértéke és folytonossága. Komplex differenciálhatóság, Cauchy-Riemann egyenletek. Hatványsorok konvergenciája és az összegfüggvény regularitása. Elemi függvények: e^z , $\sin z$, $\cos z$, $\log z$, z^w , $\operatorname{sh} z$, $\operatorname{ch} z$ ($z, w \in \mathbb{C}$) és tulajdonságaik. A logaritmus reguláris ága.

Komplex vonalintegrál és tulajdonságai, helyettesítéses integrál, Newton-Leibniz szabály, primitív függvény. Goursat lemma, Cauchy alaptétel konvex tartományon, Goursat lemma általánosítása, Cauchy integrálformula konvex tartományon. Görbe indexe és tulajdonságai. Általános Cauchy tétel és következményei. Reguláris és harmonikus függvények, harmonikus társ. Reguláris függvény hatványsorba fejtése, Cauchy integrálformulák konvex tartományon.

Morera tétele, reguláris függvény zéróhelyei, Unicitás tétel, Cauchy-féle egyenlőtlenségek, Liouville tétele, az algebra alaptétele, a maximum-tétel.

Laurent-sorok definíciója, regularitása, Laurent sorba fejthetőség. Izolált szingularitások és osztályozásuk, az osztályok jellemzése, ∞ -beli izolált szingularitás, a Reziduum tétel.

Konform leképezések. Lineáris törtfüggvények, mint a zárt sík önmagára való konform leképezései. Körlapnak, illetve félsíknak körlapra, illetve félsíkra való leképezése.